1. El vector de posición de una partícula que se mueve en un plano, en cualquier instante t, es $\vec{r} = A\cos(\omega t)\,\vec{i} + B\,\mathrm{sen}(\omega t)\,\vec{j}$, $A \geq B$. a) Mostrar que su aceleración está dirigida siempre hacia el origen de coordenadas; b) determinar su trayectoria.
   [Sol. a) $\vec{a} = -\omega^2\,\vec{r}$; b) $\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$]

2. Un móvil tiene una aceleración directamente proporcional a su velocidad y de su mismo sentido, a= kv, en donde k=2,3 s^{-1}. Si en el instante inicial $v = v_o$, ¿qué tiempo ha transcurrido hasta que la velocidad se triplica? ¿qué espacio recorre el móvil hasta alcanzar dicha velocidad, si $v = v_o$= 11,5 m/s?
   [Sol. 0,48 s; 10 m]

3. Un ciclista deja de pedalear y adquiere una aceleración que viene dada por la expresión $a = -kv^2$, en donde k es constante y v es la velocidad. Suponiendo que dejó de pedalear cuando llevaba una velocidad de 10 km/h y que transcurridos 30 s la velocidad disminuyó hasta 4 km/h, calcular: a) el valor de la constante k; b) la expresión que determina la aceleración, como función del tiempo, cuando cesó el pedaleo; c) la distancia recorrida en un tiempo t; d) la velocidad después de recorrer una distancia s.
   [Sol. a) k= 0,018 m^{-1}; b) a=$\frac{-0{,}139}{(1+0{,}05t)^2}$; c) s=55,5 ln (1+0,05t); d) v=2,78 $e^{-0{,}018\,s}$]

4. Dos móviles A y B están obligados a moverse sobre dos semirrectas ortogonales OX y OY respectivamente. Inicialmente se encuentran a distancias OA= a y OB= b y se dirigen hacia O con velocidades constantes v_1 y v_2. a) Determinar la ecuación de la trayectoria del punto medio P del segmento AB; b) Determinar en que instante la distancia OP es mínima.
   [Sol. a) $y = \frac{v_2}{v_1}x + \frac{bv_1 - av_2}{2v_1}$; b) $t = \frac{av_1 + bv_2}{v_1^2 + v_2^2}$]

5. Un punto cuya posición inicial es x=0, y=b, tiene una velocidad inicial v_o paralela al eje OX dirigida en el sentido positivo y está sometido a una aceleración paralela al eje OY dirigida en el sentido negativo, siendo $a_y = -k^2 y$. Hallar: a) la ecuación de la trayectoria; b) la hodógrafa del movimiento; c) el tiempo transcurrido desde el instante inicial hasta que el móvil corta al eje OX.
   [Sol. a) $y = b\cos\left(\frac{kx}{v_o}\right)$; b) recta paralela al eje v_y que corta al eje v_x a la distancia v_o ; c) $t = \frac{\pi}{2k}$]

6. Un punto material se mueve en el plano OXY con una velocidad cuyas componentes cartesianas son $v_x = ct^2$, $v_y = bt$. Determinar la trayectoria y las componentes normal y tangencial de la aceleración sabiendo que inicialmente se encuentra en el origen de coordenadas.
   [Sol. $x^2 = \frac{8c^2y^3}{9b^3}$; $a_t = \frac{2c^2t^2+b^2}{\sqrt{c^2t^2+b^2}}$; $a_n = \frac{bct}{\sqrt{c^2t^2+b^2}}$]

7. El movimiento de un punto referido a unos ejes coordenados OXY viene dado por x= R(t-sent), y= R(1-cost). Hallar: a) velocidad y aceleración en componentes intrínsecas; b) radio de curvatura; c) hodógrafa del movimiento.
   [Sol. a) $v_t = 2\,R\,\mathrm{sen}\left(\frac{t}{2}\right)$, $a_t = R\cos\left(\frac{t}{2}\right)$, $a_n = R\,\mathrm{sen}\left(\frac{t}{2}\right)$; b) $4\,R\,\mathrm{sen}\left(\frac{t}{2}\right)$; c) $(R - v_x)^2 + v_y^2 = R^2$]

8. La posición de un punto material, en un instante cualquiera t, viene dada por $x = \mathrm{sen}\,t$, $y = \cos t$, z=t, determinar: a) el vector unitario tangente a la trayectoria; b) el radio de curvatura; c) el vector unitario normal a la trayectoria.
   [Sol. a) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos t\,\vec{i} - \mathrm{sen}\,t\,\vec{j} + \vec{k})$, b) 2, c) $-\mathrm{sen}\,t\,\vec{i} - \cos t\,\vec{j}$]

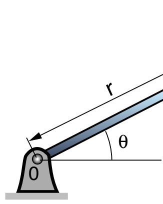
9. Un móvil describe una trayectoria parabólica de ecuación $x^2 = 2py$ de forma que la proyección de su velocidad sobre el eje X permanece constante e igual a c. Si en el instante inicial está en el origen, determinar : a) velocidad y aceleración; b) componentes intrínsecas de la aceleración; c) radio de curvatura.
[Sol. a) $\vec{v} = c\,\vec{i} + \frac{c^2 t}{p}\,\vec{j}$, $\vec{a} = \frac{c^2}{p}\,\vec{j}$; b) $a_\tau = \frac{c^3 t}{p\sqrt{p^2+c^2t^2}}$; $a_n = \frac{c^2}{\sqrt{p^2+c^2t^2}}$; c) $\frac{\sqrt{(p^2+c^2t^2)^3}}{p^2}$]

10. El movimiento de una partícula oscilante está definido por el vector de posición $\vec{r} = 4\mathrm{sen}(\pi t)\,\vec{i} + \cos(2\pi t)\,\vec{j}$. Calcular: a) la trayectoria; b) componentes radial y transversal de la velocidad y de la aceleración para t=0.
[Sol. a) $y = \frac{8-x^2}{8}$; b) $v_{rad} = 0$, $v_{trans} = 4\pi$, $a_{rad} = -4\pi^2$, $a_{trans} = 0$]

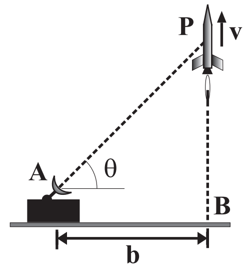
11. El movimiento bidimensional de una partícula se define por las relaciones $r = 2b\cos(\omega t)$ y $\theta = \omega t$, donde b y ω son constantes. Determínense: a) la velocidad y la aceleración de la partícula en cualquier instante; b) la trayectoria que describe la partícula.
[Sol. a) $v = 2b\,\omega$, $a = 4b\,\omega^2$; b) $(x-b)^2 + y^2 = b^2$]

12. La trayectoria de un punto en coordenadas polares planas viene dada por $r = 1 - 0,13\,t^2$, $\theta = 0,15\,t^2$, donde θ se expresa en radianes, t en segundos y r en metros. Calcular las componentes radial y transversal de la velocidad y de la aceleración cuando θ=30º.
[Sol. $v_{rad} = -0,486\,\mathrm{m/s}$, $v_{trans} = 0,306\,\mathrm{m/s}$, $a_{rad} = -0,436\,\mathrm{m/s^2}$, $a_{trans} = -0,381\mathrm{m/s^2}$]

13. El movimiento de rotación del brazo OA, de 0,9 m de longitud, en torno a O, viene definido por la relación $\theta = 0,15\,t^2$, donde θ se expresa en radianes y t en segundos. El bloque B desliza a lo largo del brazo de modo que su distancia a O varía según $r = 0,9 - 0,112\,t^2$, donde r se expresa en metros. Determinar la velocidad y aceleración absolutas del bloque B cuando $\theta = 30^o$. ¿En qué instante el móvil alcanzará el extremo fijo?
[Sol. v=0,507 m/s; a=0,498 m/s^2 ; 2,8 s]

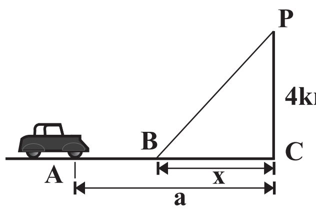


14. Se lanza un cohete verticalmente desde una plataforma de lanzamiento en B como se indica en la figura; su vuelo es seguido por el radar desde un punto A. Determínese la velocidad del cohete en términos de b, θ y $\dot{\theta}$.
[Sol. $v = b\,\frac{\dot{\theta}}{\cos^2\theta}$]



15. El movimiento tridimensional de una partícula está definido por las relaciones $\rho = A$, $\theta = 2\pi\,t$ y $z = A\mathrm{sen}^2(\pi\,t)$, siendo ρ la distancia del origen a la proyección del punto en el plano XY y θ el ángulo que forma esta proyección con el eje OX. Determínense los módulos de la velocidad y de la aceleración para cualquier tiempo t.
[Sol. $v = \pi A\sqrt{4 + \mathrm{sen}^2\,(2\pi\,t)}$, $a = 2\pi^2 A\,\sqrt{4 + \cos^2(2\pi\,t)}$]

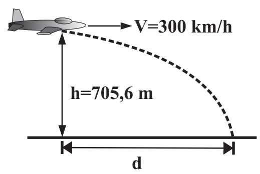
16. Un automóvil marcha por un camino a 5 km/h con trayectoria rectilínea. Calcúlese en que punto B tendrá que apearse un viajero para seguir andando, a 3 km/h, de forma que alcance lo antes posible el punto P que dista 4 km del camino.
[Sol. x=3 km]



17. Se lanza verticalmente hacia arriba un cuerpo con una velocidad de 72 km/h. Calcular: a) el tiempo que tarda en llegar al punto más alto; b) la altura máxima que alcanza; c) el tiempo que

tarda en adquirir una velocidad de 5 m/s cuando está subiendo; d) el tiempo en el que adquiere una velocidad igual a la mitad de la inicial, cuando está descendiendo; e) el tiempo que tarda en elevarse hasta la mitad de la altura máxima que alcanza.

[Sol. a) 2,04 s; b) 20,4 m; c) 1,53 s; d) 3,06 s; e) 0,60 s]

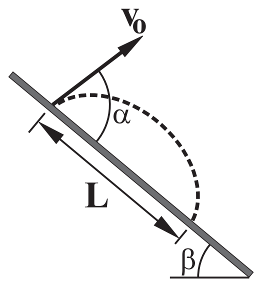


18. Un avión de bombardeo que vuela a una altura de 705,6 m con una velocidad de 300 km/h quiere bombardear un objetivo. Hállese a qué distancia de la vertical del objetivo debe arrojarse la bomba desde el avión para hacer blanco.

    [Sol. d=1000 m]

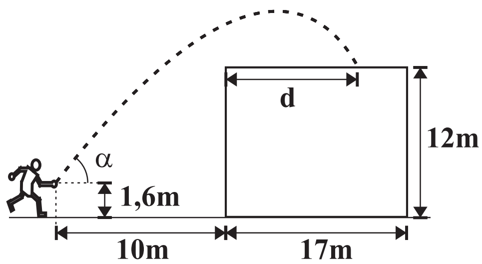
19. Un atleta lanza una pesa de 7 kg a 20 m de distancia. Sabiendo que la trayectoria del lanzamiento se inicia a una altura de 2 m, calcúlese la velocidad inicial con que fue lanzada. El ángulo de lanzamiento con la horizontal es de 45º. Tómese g= 10 m/s^2.

    [Sol. 13,48 m/s]



20. Un cuerpo es lanzado formando un ángulo α con un plano inclinado que a su vez forma un ángulo β con la horizontal. La velocidad inicial del cuerpo es v_o. Se pide encontrar la distancia L desde el punto de lanzamiento hasta el punto donde el cuerpo cae sobre el plano inclinado. Determinar también la velocidad en el punto más alto de su trayectoria con relación al plano inclinado.
    DATOS: $\alpha = 45^o$, $\beta = 60^o$, $v_o = 10\,m/s$, $g = 10\,m/s^2$.

    [Sol. L= 54,64 m, v= 19,32 m/s]

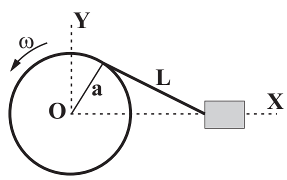


21. Un hombre quiere lanzar una pelota a la azotea de un edificio de 12 m de altura. Estando situado a 10 m de la pared, lanza la pelota desde 1,6 m del suelo con una velocidad de 18 m/s y un ángulo de 60º con la horizontal. ¿A qué distancia del borde de la azotea caerá la pelota? Comprobar que la pelota rebasa el borde de la azotea. Calcular también los valores máximo y mínimo de la velocidad inicial para que la pelota caiga en la azotea.

    [Sol. 9,35 m, 17 m/s, 20,02 m/s]

22. Una partícula se mueve a 5 cm/s en sentido contrario a las agujas del reloj describiendo una circunferencia en el plano XY, de 20 cm de radio y centro en el origen de coordenadas. En el instante t=0 está sobre el eje x positivo. Calcúlese: a) las componentes x e y de la aceleración de la partícula para t= 0; b) las componentes x e y de la velocidad de la partícula para t= $4\pi/3$ s; c) las componentes x e y de la aceleración de la partícula para ese instante.

    [Sol. a) $a_x = -1,25\ cm/s^2$, $a_y = 0$; b) $v_x = -4,33\ cm/s$, $v_y = 2,5\ cm/s$; c) $a_x = -0,63\ cm/s^2$, $a_y = -1,08\ cm/s^2$]



23. Un bloque de madera está unido a un punto de la periferia de una rueda de radio a que gira con velocidad angular ω constante, mediante una varilla articulada de longitud L constante. Calcular la velocidad con la que se desplaza el bloque a lo largo de la línea que une el centro del bloque con el centro de la rueda.

    [Sol. $v = -a\,\omega\,\mathrm{sen}\,(\omega t)\left[1 + \frac{a\cos(\omega t)}{\sqrt{L^2 - a^2\,\mathrm{sen}^2(\omega t)}}\right]$]